جامعة ديالى

كلية التربية للعلوم الصرفة

قسم علوم الحاسوب

حل المعادلات التفاضلية عددياً بأستخدام ال MATLAB

بحث مقدم من قبل الطلبة المدرجة أسمائهم ادناه الى مجلس كلية التربية للعلوم الصرفة قسم علوم الحاسوب في جامعة ديالى وهو جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في قسم الحاسوب

اعداد الطلبة :

1. عبد الغفار شاكر محمود
2. وائل حازم محمد

بأشراف

م.م. عمار سعيد رشيد

1439 هـ

2017 - 2018 م

الفصل الاول

الحلول العددية للمعادلات التفاضلية الاعتيادية

1.1 مقدمة [2]

تعتبر المعادلات التفاضلية من الأدوات الرياضية الهامة في فهم العديد من المسائل الفيزيائية والهندسية والإجتماعية وقد إمتدت اهميتها موخراً الي حقول العلوم الإقتصادية وظهر ما يسمي بالنمذجة الرياضية ، وهناك نوعان من المعادلات التفاضلية:

1) المعادلات التفاضلية العادية
2) المعادلات التفاضلية الجزئية

فالمعادلة التفاضلية العادية تحتوي علي متغير مستقل واحد أما المعادلة التفاضلية الجزئية تحتوي علي عدد من المتغيرات المستقلة (مثل درجة الحرارة $u(x,t)$ حيث تعتمد علي الموضع x والزمن t).

نرمز للمعادلة التفاضلية بالرمز $y^{(1)}$ y' $\frac{dy}{dx}$ وحلها يكون بالصيغة

$$y = g(x, c_1, c_2, \ldots\ldots, c_n)$$

حيث c_n عبارة عن ثوابت، ويشمل هذا النوع من المعادلات التفاضلية علي صنفين:

1) **مسائل القيم الابتدائية (Initial Value Problem) :**

في هذا النوع من المسائل تكون للمعادلة التفاضلية شرط إبتدائي **(initial Condition)** للمتغيرات والشرط الإبتدائي يمثل النقطة الإبتدائية التي تمر بها الدالة التي تمثل حل المعادلة التفاضلية.

2) **مسائل القيم الحدية (Boundary Value Problem) :**

في هذه النوع من المسائل يكون للمعادلة التفاضلية شرط إبتدائي وشرط معين عند نهاية الفترة للمتغير المستقل وتمثل هذه الشروط نقطتين يجب أن تمر بهما الدالة التي تمثل حل المعادلة التفاضلية.

في هذا الجزء نتناول بعض الطرق العددية المستخدمة لحل المعادلة التفاضلية العادية مقتصرين علي معادلة الدرجة الأولي التي تكون علي الصيغة:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

ذات الشرط الإبتدائي

$$y(x_0) = y_0$$

تعتمد الطرق العددية علي معرفة المتغير التابع y في لحظة البدء x_0 ثم ننطلق من هذه النقطة خطوة خطوة إذ نحسب y_1 من أجل x_0+h و y_2 من أجل x_1+2h حيث تمثل h التزائد الذي تأخذه x ويعرف بالصيغة $h=\frac{b-a}{M}$.

في هذا الفصل سوف نتناول طرق حل المعادلة التفاضلية الاعتيادية الخطية الابتدائية من الرتبة الأولى .

2-1 طريقة أويلر (Euler's Method) [3]

تعتمد هذه الطريقة علي إعطاء الثابت h قيماً صغيرة بحيث يمكن حذف حدود سلسلة تايلر إبتداءاً من الحد الذي يحوي $\frac{h^2}{2!}y''(x)$ من سلسلة تايلر للنقطة $(x+h)$ والذي يعرف كالأتي :

$$y(x+h)=y(x)+hy'(x)+\frac{h^2}{2!}y''(x)+\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{h^n}{n!}y^{(n)}.$$

وبحذف الحدود إعتباراً من الحد $\frac{h^2}{2!}y''(x)$ ينتج أن:

$$y(x+h)=y(x)+hy'(x)=y(x)+hf(x,y)$$

نبدأ من النقطة (x_0,y_0) وبالتعويض في العلاقة أعلاه ينتج أن:

مثال (1-1)

لايجاد الحل التقريبي لمسألة الشرط y(0)=1 و y'=y+x+1 حيث h=0.1 و 0 < x< 1 ومقارنة بالحل الصحيح y=x+e-x باستخدام طريقة اويلر] نقصد بالمقارنة إيجاد الخطا المرتكب ويمثل القيمة المطلقة للفرق بين الحل الصحيح والحل اللتقريبي]، أي ان

E=|yn+1-zn+1|
Xn=x_0+nh,
h=(b-a)/n

سوف نقوم بالخطوات الاتية :

$F(x_n,y_n)=-y_n+x_n+1$
$y_n+1= y_n+h(-y_n+x_n+1)$

$y_1=y_0+h(-y_0+x_0+1)=1$

$y_2=y_1+h(-y_1+x_1+1)=1.01$

$y_3=y_2+h(-y_2+x_2+1)=1.029$

$y_4=y_3+h(-y_3+x_3+1)=1.0561$

$y_5=y_4+h(-y_4+x_4+1)=109049$

$y_6=y_5+h(-y_5+x_5+1)=1.131441$

$y_7=y_6+h(-y_6+x_6+1)=1.178297$

$y_8=y_7+h(-y_7+x_7+1)=1.230467$

$y_9=y_8+h(-y_8+x_8+1)=1.28742$

$y_{10}=y_9+h(-y_9+x_9+1)=1.348678$

أعلاه وجدنا الحل التقريبي حسب طريقة اويلر ولايجاد الحل الصحيح نعوض بمعادلة

الحل الصحيح والتي هي :

$Y_{n}=x_{n}+e^{-xn}$ $y_{0}=x_0+e^{-x0}=0$

$Y_{1}=x_{1}+e^{-x1}=1.004837$

$Y_{2}=x_{2}+e^{-x2}=1.018731$

$Y_{3}=x_{3}+e^{-x3}=1.040818$

$Y_{4}=x_{4}+e^{-x4}=1.07032$

$Y_{5}=x_{5}+e^{-x5}=1.106531$

$Y_{6}=x_{6}+e^{-x6}=1.148812$

$Y_{7}=x_{7}+e^{-x7}=1.1965853$

$Y_{8}=x_{8}+e^{-x8}=1.249329$

$Y_{9}=x_{9}+e^{-x9}=1.30657$

$Y_{10}=x_{10} + e^{-x10} =1.367879$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة اويلر:

X	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.1	1	1.004837	$4.837x10^{-3}$
.2	0.2	1.01	1.018731	$8.731x10^{-3}$
.3	0.3	1.029	1.040818	0.011818
.4	0.4	1.0561	1.07032	0.01422
.5	0.5	1.09049	1.106531	0.016041
.6	0.6	1.131441	1.148812	0.17371
.7	0.7	1.78297	1.1965853	0.182883
.8	0.8	1.230467	1.249329	0.018862
.9	0.9	1.28742	1.30657	0.01915
.10	1	1.348678	1.367879	0.019201

مثال (2-1)

لايجاد الحل التقريبي لمسألة الشرط $y(0)=1$ و $y'= y$ حيث $h=0.1$ و $0 < < x$

1 ومقارنة بالحل الصحيح $y=e^x$ باستخدام طريقة اويلر .سوف نقوم بالخطوات التالية :

$F(x_n,y_n)= y_n$

$y_n+1= y_n+h(y_n)$

$y_1=y_0+h(y_0)=1.2$

$y_2=y_1+h(y_1)=1.44$

$y_3=y_2+h(y_2)=1.728$

$y_4=y_3+h(y_3)=2.0736$

$y_5=y_4+h(y_4)=2.4883$

الحل أعلاه وجدنا الحل التقريبي حسب طريقة اويلر ولايجاد الحل الصحيح نعوض

بمعادلة الصحيح والتي هي :

$Y_{n=}\ e^{xn}$

$y_{0=}\ e^{x0}=1$

$Y_{1=}\ e^{-x1}=1.221402758$

$Y_{2=}\ e^{x2}=1.49824698$

$Y_{3=}\ e^{-x3}=1.8221188$

$Y_{4=}x_4+e^{-x4}=2.225540928$

$Y_{5=}x_5+e^{-x5}=2.71828128$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة اويلر :

X	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.2	1.2	1.221402758	0.021402758
.2	0.4	1.44	1.491824698	0.051824698
.3	0.6	1.728	1.8221188	0.09411
.4	0.8	2.0736	2.225540928	0.151940928
.5	1	2.4883	2.71828128	0.22998128

3-1 طريقة سلسلة تايلر (Taylor series method): [3]

وتستخدم هذه الطريقة في الحالات التي يكون بالإمكان الحصول علي تفاضل الدالة رياضياً وتمتاز على بعض الطرق الأخري بأنها لا تتاثر بخطأ التدوير (وهو الخطأ الناشئ من إستخدام عدد محدد من المراتب المعنوية) مثلما تتاثر الفروق المستخدمة في الطرق المذكورة ويمكن إستخدام قيمة h كبيرة نوعاً ما.

اذا كانت الحاجة لا يجاد حل للمعادلة $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ على ان يمر الحل بالنقطة (x_0, y_0) الذي يمثل الشرط الابتدائي الذي يصعب مكاملة المعادلة (لايجاد حلها) فان متسلسلة تايلر تعطي الجواب على الشكل

$$y_1 = y_0 + (x - x_0)y_0 + \frac{(x-x_0)^2}{2!}y_0' + \frac{(x-x_0)}{3!}y_0'' + ...(1)$$

وبصورة عامة فان الحل العددي في النقطة $x+h$ يعتمد على قيم ... $y(x), y'(x), y''(x),$ كما وهذه المشتقات يتم حسابها من المعادلة التفاضلية المطلوب إيجاد حلها وهي $y' = f(x,y)$ ،.

وتستخدم هذه الطريقة في الحالات التي يكون بالإمكان الحصول علي تفاضل الدالة رياضياً وتمتاز على بعض الطرق الأخري بأنها لا تتاثر بخطأ التدوير (وهو الخطأ الناشئ من إستخدام عدد محدد من المراتب المعنوية) مثلما تتاثر الفروق المستخدمة في الطرق المذكورة ويمكن إستخدام قيمة h كبيرة نوعاً ما.

ويمكن تعميم العلاقة (1) لسلسلة تايلر من الرتبة n بالصورة:

$$y_{n+1} = y_n + hT^{(n)}(x_n, y_n) \quad for \quad each \quad n = 0,1,2,......,M-1$$

حيث

قانون العام لتايلر

T(x_n ,y_n)=[(x_n ,y_n) $\frac{h}{2}$+ (x_n ,y_n)+ $\frac{h^2}{3!}$ (x_n ,y_n) + (h^3)/(4!) (yn-xn)]

مثال (3.1)

لايجاد الحل التقريبي للمثال (1-1) ومقارنتة بالحل الصحيح باستخدام طريقة تايلر من الرتبة الرابعة سوف نقوم بالخطوات التالية :

$$y_{n+1} = y_n + hT^4(x_n, y_n)$$

حيث

$F(x_n, y_n) = - y_n + x_n + 1$

$F'(x_n, y_n) = , y_n - x_n$

$F''(x_n, y_n) = y_n + x_n$

$F'''(x_n, y_n) = , y_n - x_n$

بلتعويض بالعلاقة

$T^4 F(x_n, y_n) = [(- y_n + x_n + 1)\frac{h}{2} + (y_n - x_n) + \frac{h^2}{3!}(y_n - x_n) + \frac{h^3}{4!}(y_n - x_n)]$

$Y_1 = y_0 + hT^4(x_0, y_0)$

$$Y_1 = y0 + h[(- y_0 + x_0 + 1)\frac{h}{2} + (y_0 - x_0) + \frac{h^2}{3!}(y_0 - x_0) + \frac{h^3}{4!}(y_0 - x_0)]$$

=1.0048375

$$Y_2 = y1 + h[(- y_1 + x_1 + 1)\frac{h}{2} + (y_1 - x_1) + \frac{h^2}{3!}(y_1 - x_1) + \frac{h^3}{4!}(y_1 - x_1)]$$

=1.018730901

$$Y_3 = y2 + h[(- y_2 + x_2 + 2)\frac{h}{2} + (y_2 - x_2) + \frac{h^2}{3!}(y_2 - x_2) + \frac{h^3}{4!}(y_2 - x_2)]$$

=1.04081842

$$Y_4 = y3 + h[(- y_3 + x_3 + 1)\frac{h}{2} + (y_3 - x_3) + \frac{h^2}{3!}(y_3 - x_3) + \frac{h^3}{4!}(y_3 - x_3)]$$

=1.070320289

$$Y_5 = y4 + h[(- y_4 + x_4 + 1)\frac{h}{2} + (y_4 - x_4) + \frac{h^2}{3!}(y_4 - x_4) + \frac{h^3}{4!}(y_4 - x_4)]$$

1.106530934

$$Y_6 = y5 + h[(- y_5 + x_5 + 1)\frac{h}{2} + (y_5 - x_5) + \frac{h^2}{3!}(y_5 - x_5) + \frac{h^3}{4!}(y_5 - x_5)]$$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

* وقيم الحل الصحيح هي نفسها التي حصلنا عليها في المثال(1-1) ولذلك :

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة تايلر من الرتبة الرابعة:

X	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.1	1.0048375	1.004837	
.2	0.2	1.018730901	1.018731	$9.9x10^{-8}$
.3	0.3	1.04081842	1.040818	$4.22x10^{-7}$
.4	0.4	1.070320289	1.070329	$2.89x10^{-7}$
.5	0.5	1.106530934	1.106531	$6.6x10^{-8}$
.6	0.6	1.148811934	1.148812	$6.6x10^{-8}$
.7	0.7	1.196585618	1.1965853	$3.18x10^{-7}$
.8	0.8	1.249329289	1.249329289	$2.89\ x10^{-7}$
.9	0.9	0.9	1.330656991	$9x10^{-9}$
.10		1	1.367879	$7.74x10^{-7}$

مثال (4.1)

لايجاد الحل التقريبي لمثال (2.1) ومقارنتة بالحل الصحيح باستخدام طريقة تايلر من الرتبة الرابعة.

حيث

$F(x_n, y_n) = - y_n + x_n + 1$

$F'(x_n, y_n) = y_n - x_n$

$F''(x_n, y_n) = y_n + x_n$

$F'''(x_n, y_n) = y_n - x_n$

بلتعويض بالعلاقة

$T^4 F(x_n, y_n) = [(- y_n + x_n + 1)\frac{h}{2} + (y_n - x_n) + \frac{h^2}{3!}(y_n - x_n) + \frac{h^3}{4!}(y_n - x_n)]$

$Y_1 = y_0 + hT^4(x_0, y_0)$

$$Y_1=y0+h[(- y_0 + x_0 +1) \frac{h}{2}+ (y_0-x_0)+ \frac{h^2}{3!} (y_0-x_0) + \frac{h^3}{4!} (y_0-x_0)]$$

=1.2214

$$Y_2=y1+h[(- y_1 + x_1 +1) \frac{h}{2}+ (y_1-x_1)+ \frac{h^2}{3!} (y_1-x_1) + \frac{h^3}{4!} (y_1-x_1)]$$

=1.4918196

$$Y_3=y2+h[(- y_2 + x_2 +2) \frac{h}{2}+ (y_2-x_2)+ \frac{h^2}{3!} (y_2-x_2) + \frac{h^3}{4!} (y_2-x_2)]$$

=1.822106456

$$Y_4=y3+h[(- y_3 + x_3 +1) \frac{h}{2}+ (y_3-x_3)+ \frac{h^2}{3!} (y_3-x_3) + \frac{h^3}{4!} (y_3-x_3)]$$

=2.225520825

$$Y_5=y4+h[(- y_4 + x_4 +1) \frac{h}{2}+ (y_4-x_4)+ \frac{h^2}{3!} (y_4-x_4) + \frac{h^3}{4!} (y_4-x_4)]$$

2.718251136

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

* وقيم الحل الصحيح هي نفسها التي حصلنا عليها في المثال(1-2) ولذلك :

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة تايلر من الرتبة الرابعة:

X	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.2	1.2214	1.221402758	$2.758x10^{-6}$
.2	0.4	1.49181796	1.4918246	$6.738x10^{-6}$
.3	0.6	1.822126456	1.8221188	$1.2344x10^{-5}$
.4	0.8	2.225520825	2.225540928	$2.0103x10^{-5}$
.5	1	2.718251136	2.718281828	$3.0692x10^{-5}$

4-1 طريقة رنج كوتا(Runge kutta's method) : [3]

إن طريقة أويلر لا تستعمل عملياً لكونها تحتاج الي خطوة صغيرة (قيمة h يجب أن تكون صغيرة) للحصول علي دقة معقولة، وطريقة تايلر من الرتب العليا غير مرغوبة كاسلوب عام لحل المعادلات

التفاضلية لأنها تحتاج الي مشتقات كثيرة للدالة $y(x)$ أما طريقة رنج كوتا فتعتبر من أهم الطرق المستخدمة في إيجاد الحل التقريبي للمعادلات التفاضلية فهي تمكنا من الحصول علي دقة عالية مع تجنب الحاجة الي إشتقاق للدالة $y(x)$ وتعتمد علي تعويض الدالة $f(x,y)$ في نقاط مختارة معادلات طريقة رنج كوتا من الرتبة الرابعة (R.k.4)تُعّرف بالصورة الأتية:

(1)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_n + 2k_n + k_4)$$

حيث

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$
$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1)$$
$$k_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2)$$
$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + hk_3)$$

مثال (5-1)

لايجاد الحل التقريبي لمثال $(1-1)$ ومقارنة بالحل الصحيح باستخدام طريقة طريقة رنج كوتا من الرتبة الرابعة .سوف نقوم بالخطوات التالية :

$$f(x,y) = -y + x + 1$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_n + 2k_n + k_4)$$

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$
$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1)$$
$$k_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2)$$
$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + hk_3)$$

$$k_1 = -y_n + x_n + 1 = 0$$

$$k_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}(y_n + x_n + 1) = 0.05$$

$$k_3 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}[(\frac{h}{2} - 1)y_n + (1 - \frac{h}{2})x_n + 1])$$

$$= \frac{h}{2}(1 - \frac{h}{2})y_n + (1 - \frac{h}{2})x + 1$$

$$= (1 - \frac{h}{2})(1 - \frac{h}{2})(x_n - y_n) + 1 = 0.0525$$

$$k_4 = (x_n + h, y_n + hk_3) = 1.0048375$$

وبتعويض هذه القيم في المعادلة

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

نتحصل علي

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$= 0 + \frac{0.1}{6}(0 + 2 \times 0.05 + 2 \times (1.09525) + 0.09525)$$

$$= 1.0048375009$$

$$k_1 = -y + x1 + 1 = 1.09525$$

$$k_2 = f(-y1 + \frac{h}{2}, +x1 + \frac{h}{2} + 1) = 0.149920625$$

$$k_3 = f(-y2 + \frac{h}{2}, +x2 + \frac{h}{2} + 1) = 0.15265853$$

$$k_4 = f(-y4 + \frac{h}{2}, +x3 + \frac{h}{2} + 1) = 0.210428353$$

$$y_2 = y1 + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) = 1.01873090$$

$$k_1 = -y + x1 + 1 = 0.1812691$$

$$k_2 = f(-y1 + \frac{h}{2}, +x1 + \frac{h}{2} + 1) = 0.0000332555$$

$$k_3 = f(-y2 + \frac{h}{2}, +x2 + \frac{h}{2} + 1) = 0.008714273$$

$$k_4 = f(-y4 + \frac{h}{2}, +x3 + \frac{h}{2} + 1) = 0.00033297672$$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

* وقيم الحل الصحيح هي نفسها التي حصلنا عليها في المثال(1-1) ولذلك:

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة رنج كوتا من الرتبة الرابعة:

n	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.1	1.0048375	1.004837	$5x10^{-7}$
.2	0.2	1.01873090	1.018737	$9.9x10^{-8}$
.3	0.3	1.04081842	1.040818	$4.22x10^{-7}$
.4	0.4	1.07032029	1.07032	$2.89x10^{-7}$
.5	0.5	2.4883093	1.1106531	$6.6\ x10^{-7}$
.6	0.6	1.14881193	1.148812	$6.6x10^{-7}$
.7	0.7	1.1965862	1.1965853	$3.18x10^{-7}$
.8	0.8	1.24932929	1.249329	$2.89\ x10^{-7}$
.9	0.9	1.30656999	1.30657	$9\ x10^{-7}$
.10	1	1.3678277	1.367879	$7.74\ x10^{-7}$

مثال (1-6)

لايجاد الحل التقريبي لمثال (1-1) ومقارنة بالحل الصحيح باستخدام طريقة رنج كوتا من الرتبة الرابعة . سوف نقوم بالخطوات التالية :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_n + 2k_n + k_4)$$

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + hk_3)$$

$$k_1 = -y_n = 1$$

$$k_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}(y_n) = 1.05$$

$$k_3 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}[(\frac{h}{2} - 1)y_n + (1 - \frac{h}{2})x])$$

$$= \frac{h}{2}(1 - \frac{h}{2})y_n + (1 - \frac{h}{2})x + 1$$

$$= (1 - \frac{h}{2})(1 - \frac{h}{2})(x_n) = 1.105$$

$$k_4 = (x_n + h, y_n + hk_3) = 1.021$$

وبتعويض هذه القيم في المعادلة

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

نتحصل علي

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) = 1.2214$$

$$k_1 = -y + x1 + 1 = 1.233614$$

$$k_2 = f(-y1 + \frac{h}{2}, +x1 + \frac{h}{2} + 1) = 1.34354$$

$$k_3 = f(-y2 + \frac{h}{2}, +x2 + \frac{h}{2} + 1) = 1.233614$$

$$k_4 = f(-y4 + \frac{h}{2}, +x3 + \frac{h}{2} + 1) = 1.2238428$$

$$y_2 = y1 + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) = 1.49181796$$

$$k_1 = -y + x1 + 1 = 1.49181796$$

$$k_2 = f(-y1 + \frac{h}{2}, +x1 + \frac{h}{2} + 1) = 1.64099756$$

$$k_3 = f(-y2 + \frac{h}{2}, +x2 + \frac{h}{2} + 1) = 1.655917936$$

$$k_4 = f(-y4 + \frac{h}{2}, +x3 + \frac{h}{2} + 1) = 1.823001547$$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

* وقيم الحل الصحيح هي نفسها التي حصلنا عليها في المثال(1-2) ولذلك:

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة رنج كوتا من الرتبة الرابعة:

N	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.2	1.2214	1.221402758	2.758×10^{-6}
.2	0.4	1.49181796	1.491824698	6.738×10^{-6}
.3	0.6	1.822106456	1.8221188	1.2344×10^{-5}
.4	08	2.225520825	2.225540928	2.0103×10^{-5}
.5	1	2.718251136	2.718281828	3.0692×10^{-5}

5-1 طريقة اويلر المطورة (modified Euler's method) : [3]

تعتبر هذه الطريقة من الطرق ذات الخطوات المتعددة حيث ان جميع الطرق السابقة تحتاج الي خطوة واحدة لايجاد الخطوة اللاحقة اما الطريقة التالية ففي كل خطوة تحتاج الى قيمتين بدل الواحد ه وللحصول على القيمة الثانية سوف نستخدم طريقة اويلر للحصول على حل ابتدائي ومن ثم تحسينه باستخدام الخطوة الثانية , وكما موضح بالمعادلات التالية:

$$Y_{k+1=}^{(0)} = y_k + h\, f(x_{k+}\, y_{k)}$$

$$Yk+1 = yk + \frac{h}{2},(f(xk+yk)+f(xk+yk)$$

مثال (7-1)

لايجاد الحل التقريبي لمثال (1-1) ومقارنة بالحل الصحيح باستخدام طريقة اويلر

المطورة .سوف نقوم بالخطوات التالية :

نستخدم معادلة اويلر لايجاد الحل الابتدائي ونعوضه في معادلة اويلر المطورة لايجاد الحل التقريبي

$Y_{1=}^{(0)} = y_0 + h\, f(-y_{0+}x_{0+}1_{)=}1$

$$Y1 = y1 + \frac{h}{2},(f(x1+y1)+f(x1+y1)=1.005$$

$Y2 = y1 + h\, f(-y1 + x1 + 1) = 1.01$

$$Y2 = y1 + \frac{h}{2},(f(x1+y1)+f(x1+y1)) = 1.005$$

$Y3 = y2 + h\, f(-y2+x2+1) = 1.029$

$$Y3 = y2 + \frac{h}{2},(f(x2+y2)+f(x2+y2)) = 1.005$$

$Y4 = y3 + h\, f(-y3+x3+1) = 1.029$

$$Y4 = y3 + \frac{h}{2},(f(x3+y3+f(x3+y3)) = 1.04121762$$

$Y5 = y4 + h\, f(-y4+x4+1) = 1.09049$

$$Y5 = y4 + \frac{h}{2},(f(x4+y4)+f(x4+y4)) = 1.107035766$$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

* وقيم الحل الصحيح هي نفسها التي حصلنا عليها في المثال(1-1) ولذلك:

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة اويلر المطورة:

X	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.1	1.005	1.004837	1.63×10^{-4}
.2	0.2	1.019025	1.018731	2.94×10^{-4}
.3	0.3	1.04121762	1.040818	3.99×10^{-4}

.4	0.4	1.070801951	1.07030	4.81×10^{-4}
.5	0.5	1.107075766	1.06531	5.44766×10^{-4}
.6	0.6	1.149403568	1.148812	5.915×10^{-4}
.7	0.7	1.197210229	1.1965853	6.24929×10^{-4}
.8	0.8	1.249975257	1.249329	6.4625×10^{-4}
.9	0.9	1.307227608	1.30657	6.57608×10^{-4}
.10	1	1.368540985	1.367879	6.6185×10^{-4}

مثال (8-1)

لايجاد الحل التقريبي لمثال (1-2) ومقارنة بالحل الصحيح باستخدام طريقة اويلر المطورة .سوف نقوم بالخطوات التالية :

$Y_1 = y_0 + h\ f(-y_0) = 1.2$

$Y1 = y1 + \frac{h}{2}, (f(y0 + y1) = 1..22$

$Y2 = y1 + h\ f(-y1) = 1.44$

$Y2 = y1 + \frac{h}{2}, (f(y1 + y1) = 1.4884$

$Y3 = y2 + h\ f(-y2) = 1.728$

$Y3 = y2 + \frac{h}{2}, (f(y2 + y2) = 1.815848$

$Y4 = y4 + h\ f(-y4) = 2.0736$

$Y4 = y4 + \frac{h}{2}, (f(y4 + y4) = 2.21533456$

$Y5 = y4 + h\ f(-y4) = 2.4883$

$Y5 = y4 + \frac{h}{2}, (f(y4 + y4) = 12.702081$

* هكذا نستطيع أن نتحصل علي القيم البقية والجدول أدناه يمثل القيم الناتجة

* وقيم الحل الصحيح هي نفسها التي حصلنا عليها في المثال(1-2) ولذلك:

الجدول التالي يعطي مقارنة بين الحل الصحيح والحل التقريبي باستخدام طريقة اويلر المطورة:

N	x_n	Numercal solution	Exact solution	Error
.0	0	1	1	0.0000000
.1	0.2	1.22	1.221402758	1.402758×10^{-6}
.2	0.4	1.4884	1.491824698	3.424698×10^{-6}
.3	0.6	1.815848	1.8221188	6.2708×10^{-5}
.4	08	2.21533456	2.225540928	0.01007472
.5	1	2.702708163	2.718281828	0.015573665

جداول التالية تبين النتائج التي حصلنا عليها باستخدام جميع الطرق التي تناولناها مع الحل الصحيح للمثالين (1-1) و (1-2) :

N	x_n	Exact solution	اويلر	تايلر	رنج كوتا	اويلر المطورة
0.	0	1	1	1	1	1
1.	0.1	1.004837	1	1.0048375	1.005	1.005
2.	0.2	1.018731	1.01	1.0189730	1.019025	1.019025
3.	0.3	1.040818	1.029	1.0408184	1.04121762	1.04121762
4.	0.4	1.07032	1.0561	1.0703202	1.070801951	1.070801951
5.	0.5	1.106531	1.09049	1.1065329	1.107075766	1.107075766
6.	0.6	1.148812	1.131441	1.1488129	1.149403568	1.149403568
7.	0.7	1.1965853	1.78297	1.1965856	1.197210229	1.197210229
8.	0.8	1.249329	1.230467	1.293292	1.249975257	1.249975257
9.	0.9	1.30657	1.28742	1.3065699	1.307227608	1.307227608
10	1	1.367879	1.348678	1.3678797	1.368540985	1.368540985

n	x_n	Exact solution	اويلر	تايلر	رنج كوتا	اويلر المطورة
.0	0	1	1	1	1	1
.1	0.2	1.221402758	1.22	1.2214	1.2214	1.22
.2	0.4	1.491824698	1.4884	1.4918179	1.49181796	1.4884
.3	0.6	1.8221188	1.815848	1.8221064	1.822106456	1.815848
.4	08	2.225540928	2.21533456	2.2255208	2.225520825	2.21533456
.5	1	2.718281828	2.702708163	2.7182511	2.718251136	2.702708163

تعليق :
طريقة رنج كوتا هي ادق الطرق .
طريقة اويلر المحسنة أعطت نتائج بادق من اويلر , ونلاحظ انه عندما تكون قيمة h صغيرة تعطي نتائج ادق.

الجداول التالية تبين الاخطاء الناتجة من استخدام جميع الطرق التي تناولناها بالمثالين (1-1) و (2-1) :

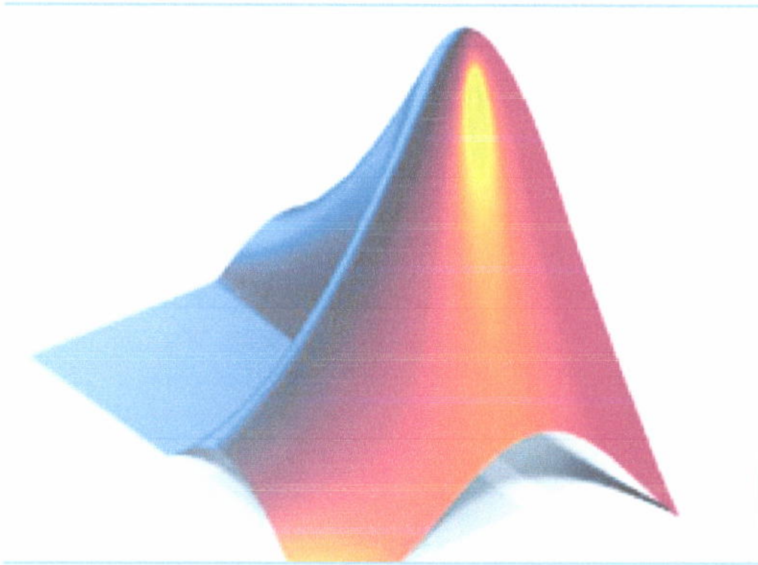
n	x_n	اويلر	تايلر	رنج كوتا	اويلر المطورة
.0	0	0.0000000	0.00000	0.0000000	0.0000000
.1	0.1	$4.837x10^{-3}$	$5x10^{-7}$	$5x10^{-7}$	1.63×10^{-4}
.2	0.2	$8.731x10^{-3}$	$9.9x10^{-8}$	$9.9x10^{-8}$	2.94×10^{-4}
.3	0.3	0.011818	$4.22x10^{-7}$	$4.22x10^{-7}$	3.99×10^{-4}
.4	0.4	0.01422	$2.89x10^{-7}$	$2.89x10^{-7}$	4.81×10^{-4}
.5	0.5	0.016041	$6.6 x10^{-7}$	$6.6 x10^{-7}$	5.44766×10^{-4}
.6	0.6	0.17371	$6.6x10^{-7}$	$6.6x10^{-7}$	5.915×10^{-4}
.7	0.7	0.182883	$3.18x10^{-7}$	$3.18x10^{-7}$	6.24929×10^{-4}
.8	0.8	0.018862	$2.89 x10^{-7}$	$2.89 x10^{-7}$	6.4625×10^{-4}
.9	0.9	0.019201	$9 x10^{-7}$	$9 x10^{-7}$	6.57608×10^{-4}
10	1	0.019201	$7.74 x10^{-7}$	$7.74 x10^{-7}$	6.6185×10^{-4}

n	x_n	اويلر	تايلر	رنج كوتا	اويلر المطورة
.0	0	0.0000000	0.00000	0.0000000	0.0000000
.1	0.1	0.021402758	$2.758x10^{-6}$	$2.758x10^{-6}$	$1.402758\ x10^{-6}$
.2	0.2	0.051824698	$6.738x10^{-6}$	$6.738x10^{-6}$	$3.424698\ x10^{-6}$
.3	0.3	0.09411	$1.244x10^{-5}$	$1.2344x10^{-5}$	$6.2708\ x10^{-5}$
.4	0.4	0.151940928	$2.003x10^{-5}$	$2.0103x10^{-5}$	0.01007472
.5	0.5	0.22998128	$3.062x10^{-5}$	$3.0692x10^{-5}$	0.015573665

الفصل الثاني

برنامج ال MATLAB

1.2 مقدمة عن ال MATLAB : [4]



يعتبر برنامج MATLAB البرنامج الأشهر في الأوساط العلمية، إذ يستخدم هذا البرنامج في معظم المسائل العلمية والهندسية، وبعد نمذجة أي مسألة أو ظاهرة يأتي بعدها دور هذا البرنامج ليتعامل مع تلك البرامج ويحللها بأبسط الطرق وأحدثها وأيسرها برمجة، ومن الجدير ذكره بان هذا البرنامج يعلـــَـــم أكثر من 200 معهد وكلية في الولايات المتحدة الأمريكية فقط، عدا تلك المعاهد في أوربا وبقية العالم، ويكفي أن تدخل إلى أحد محركات البحث على شـــبكة الانترنت وتكتب فقط MATLAB، فســـتـُـذهل من عدد المواقع التي تتحدث عن هذا البرنامج.

وتعتبر لغة MATLAB لغة برمجية عالية الأداء تســتخدم لإجراء الحســابات التقنية، وتقوم بعمليات الحســاب والإظهار ضــمن بيئة ســهلة البرمجة كما أنها لا تحتاج إلى احتراف كبير. تمكنك هذه اللغة من حل العديد من المسائل التقنية حسابيا، خاصــة التي يعبر عنها بمصـفوفات والتي تحتاج إلى جهد كبير لبرمجتها بلغات البرمجة الأخرى مثل لغة C و FORTAN.

ومن البرامج التي يغطيها ال MATLAB

الفضاء والدفاع الجوي: الكثير من شركات الطيران المدني والعسكري تستخدم الMATLAB في الحسابات الهندسية،كما يعتمد في تصميم الطائرات التي تطير دون طيار .

صناعة السيارات : هي واحدة من أهم واعقد الصناعات في العالم ولتوفير الجهد والوقت تستخدم الشركات المصنعة برنامج ال MATLABلتطوير النماذج الهندسية قبل تطبيقها على ارض الواقع بعد اختيار هذه النماذج بواسطة ال MATLAB يتم إنتاجها صناعيا من استخدام حزمة ال MATLAB . وهذا يقلل الوقت على المصممين لهذه السيارات بنسبة 50%.

المعالجة بالتكنولوجيا الحيوية والأدوية والصناعات الطبية: وهنا يستخدم ال MATLAB في معالجة البيانات من قبل الباحثين والمختصين في هذا المجال ، حيث يتم إدخال البيانات المتعلقة بالتجارب المختبرية ومن ثم تتم معالجتها،وهذا الأمر يستحيل فعله بالطريقة اليدوية .

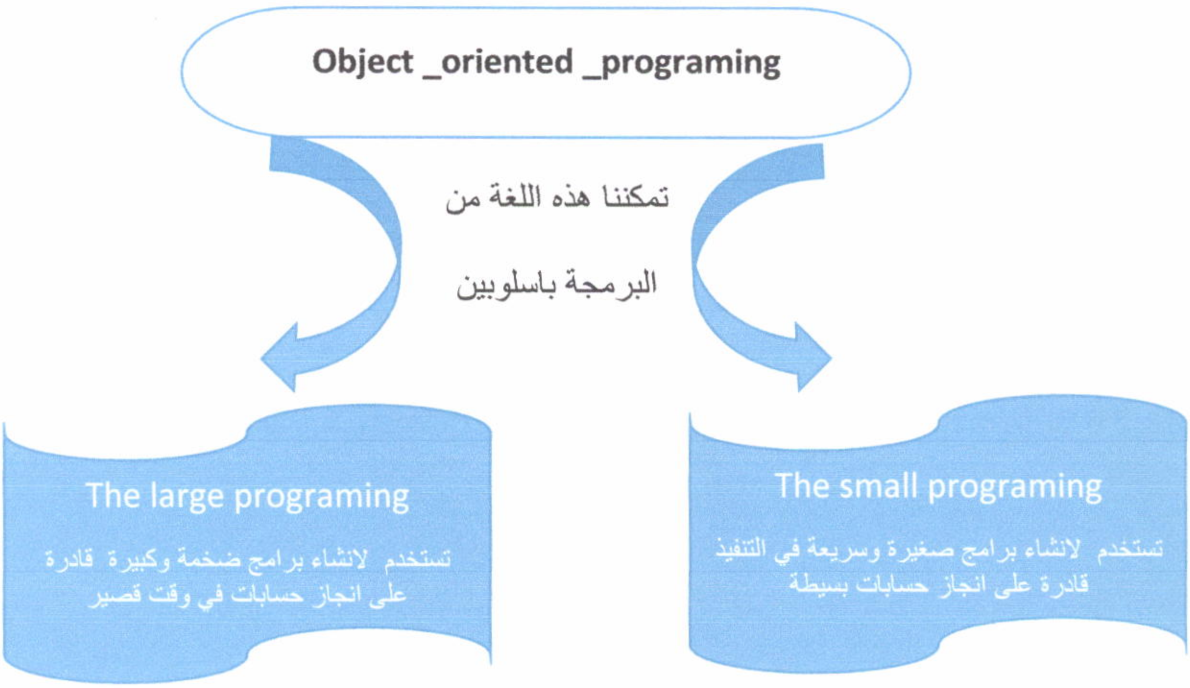
الاتصالات: يغطي علم الاتصالات وكل العلوم المتعلقة به معالجة الإشارة الرقمية ،هندسة صوت ، هندسة بيانات الاتصال وهندسة الشبكات ويستخدم البرنامج في هذا المجال لدعم نقل الصوت

2.2 مكونات نظام ال MATLAB :[5]

يتألف نظام MATLAB من خمسة أجزاء، و هي:

1. لغة MATLAB : و هي لغة مصفوفات عالية المستوى تحتوي على إمكانية البرمجـــة و التحكم بمجرى البرنامج و تحتوي على أوامر للدخل و الخرج و تحتوي أيضاً على إمكانية البرمجة الكائنية Object oriented programming. تستطيع بواسطة لغة MATLAB تطوير برامج بسيطة سريعة و تستطيع أيضاً تطوير مجموعة برامـــــج و تطبيقات كاملة و واسعة و معقدة، يمكن مراجعة أوامر المساعدة التالية بعد الضغط على الزر (؟) و الموجود على شريط الأدوات.

.ang, strfun, iofun, timefun, datatype



2. بيئة عمل MATLAB : و هي مجموعة الأدوات و الإمكانيات التي يتم اســـــتعمالها في MATLAB مثل سطح المكتب ، نافذة الأوامر ، نافذة الأوامر السابقة ، مستعرضات محتويات ساحة العمل والملفات و تحتوي أيضاً على أدوات من أجل تطوير و تصحيح وتنقيح الملفات من نوع (M Files)

3. المخططات : يحتوي برنامج MATLAB على أوامر عالية المســـــتوى من أجل إظهار المخططات ثنائية و ثلاثية الأبعاد D & 3D graphics2 و معالجة الصور و تحريك الرسوم و يحتوي أيضاً على أوامر منخفضة المستوى تسمح للمستثمر بالتخصيص الكامل Customize لإظهار المخططات، كما يسمح ببناء واجهة الاستخدام الرسومية Graphical user interface في تطبيقات MATLAB .

.grapg2d, graph3d, specgraph, graphics, uitools

4. مكتبة التوابع الرياضية لِـ MATLAB : و هي مجموعة من الألغوريتمات Algorithms تتراوح من الألغوريتمات البسيطة مثل : الجمع ، الجيب ، التجيب أو العمليات على الأعداد العقدية إلى التوابع المعقدة مثل مقلوب مصفوفة، توابع بيزل، تحويلات فورييه و تحويلات لابلاس.

.sparfun, elmat, elfun, specfun, datafun, polyfun, funfun

5. واجهة برامج التطبيقات لِـ MATLAB : و هي مكتبة تسمح بكتابة برامج بلغة البرمجة C++ أو بلغة Fortran لاستعمالها في MATLAB كما تسمح لبرنامج MATLAB باستدعاء البرامج الفرعية (الربط الديناميكي Dynamic link) و أيضا باستدعاء MATLAB في البرامج الأخرى، و تسمح أيضاً بكتابة و قراءة الملفات من النوع Mat

3.2 تشغيل برنامج ال MATLAB [5]:

يتم تشغيل البرنامج بأحد الطرق التالية:

1- بعد تنصيب برنامج MATLAB على الحاسبة التي تعمل عليها. يتم إضافة رمز أيقونة البرنامج على سطح مكتب الحاسبة ويحمل الرمز  MATLAB 6.5 ويتم فتحة عند النقر على الأيقونة بنقرتين مزدوجتين double click.

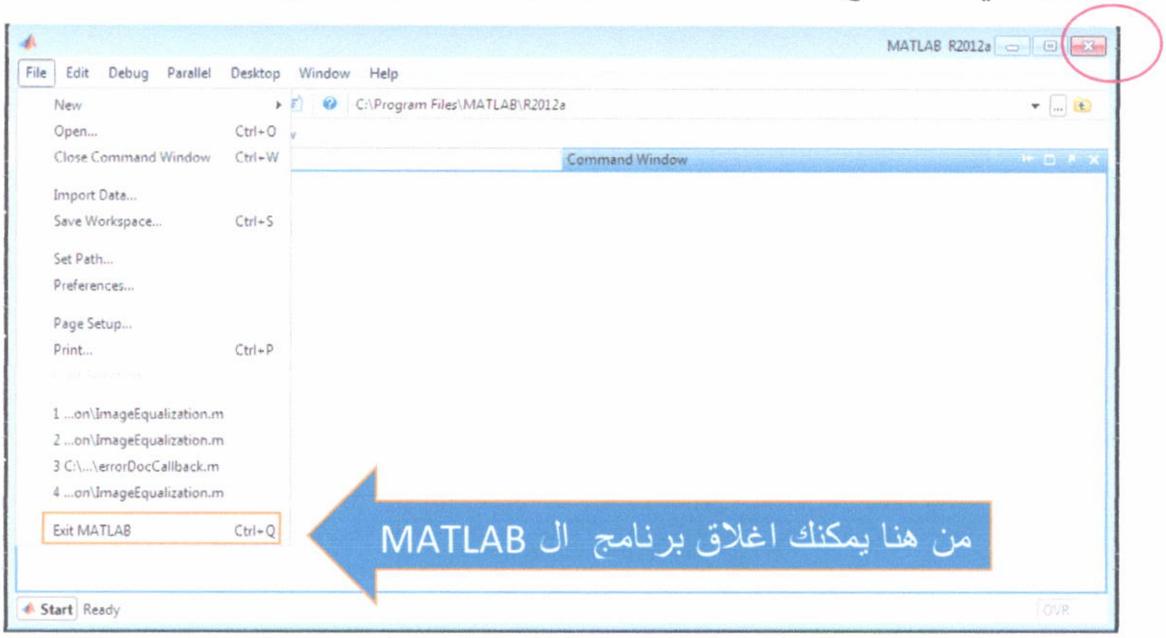
2- أو عن طريق الذهاب إلى قائمة start ومنها إلى برامج Programs ثم أسم البرنامج MATLAB 6.5.

start ⟶ Programs ⟶ MATLAB 6.5

عندها سوف تظهر لنا شاشة تحمل أسم البرنامج MATLAB ونسخة الإصدار وسنة النشر كما في الشكل رقم (1). ثم بعد ثواني قليلة تظهر نافذة البرنامج الرئيسية والتي تكون في بداية التشغيل كما في الشكل رقم (2) حيث تحتوي هذه النافذة كسائر البرمجيات التي تعمل تحت بيئة نظام Windows على نوافذ فرعية.

4.2 اغلاق برنامج ال MATLAB : [6]

عندما نريد إغلاق برنامج MATLAB عبر الاختيار Exit MATLAB من القائمة File الموجودة في نافذة سطح مكتب MATLAB أو عبر كتابة الأمر Exit في نافذة Command،



أو علامة (×) في زاوية سطح مكتب MATLAB العليا اليمنى.(كما مؤشربالشكل أعلاه)

5.2 الثوابت والمتغيرات في ال MATLAB : [7]

المتغيرات على أنواع :

1. متغيرات مسبقة التعريف في البرنامج Built in(Predefined) Variables

هي مجموعة من الثوابت Constants والقيم الخاصة Special Values محجوزة في البرنامج حيث تأتي معرفة تلقائيا في بنية البرنامج الداخلية ويمكن إستخدامها مباشرة دون أن يتم تعريفها

2. متغيرات يقوم المستخدم بتعريفها: Variables Defined By Users

هي المتغيرات التي يقوم المستخدم بتعريفها بإعطاء قيمة عددية / نصية معينة إليها وسيتعرف البرنامج علي نوع هذه المتغيرات دون تحديده كما ذكرنا فيما قبل .

وفيما يلي سنتعرف علي كيفية إجراء بعض العمليات الحسابية البسيطة (كالجمع والطرح والضرب والقسمة) وبعض العمليات الهامة مثل رفع عدد مفرد لأس كما سنتعرف علي بعض الأوامر الهامة .

ماهي الثوابت constants :

الثوابت هي مجموعة من القيم الثابتة التي لاتتغير طيلة تنفيذ البرنامج وهي تماما عكس المتغيرات كمثال عند تعريف ثابت لعدد أيام الأسبوع فأن القيمة ستكون 7 وذلك لأن عدد ايام الأسبوع 7 ولايمكن تغيير هذا العدد.

ملحوظة :- كثيرا منا في حياتنا اليومية يضطر إلي استخدام برنامج الألة الحسابية الموجودة في نظام التشغيل Ms Windows لإجراء بعض العمليات الحسابية البسيطة كالجمع والطرح والضرب والقسمة ولكن الأن مع برنامج MATLAB يمكننا إستخدامه كأله حسابية عملاقة متطورة جدا لإجراء كافة العمليات الحسابية البسيطة والمعقدة كما ستري معي في الفقرات التالية.

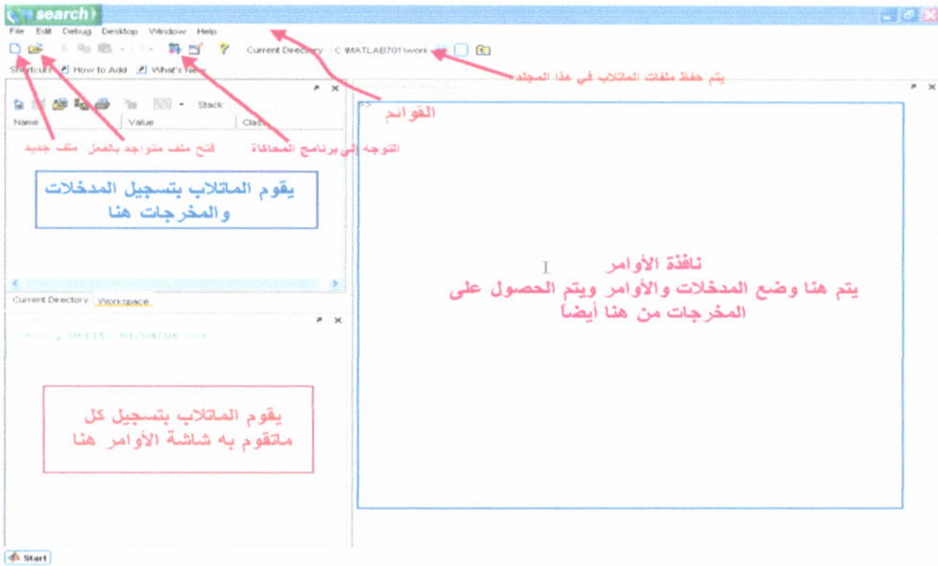
.

المتغير (ans)	**هو المتغير الذي يقوم البرنامج بتعريفه عند القيام بإجراء عملية حسابية غير مسندة لمتغير مين .** **فعلي سبيل المثال عند قيامك بعملية جمع للرقمين 3 و 5 بالشكل التالي :**
	>> 5+3 **Ans =** **8**
	فيقوم البرنامج تلقائيا بتخزين ناتج عملية الجمع في المتغير ans لأنك لم تقوم بتخصيص متغير معين لتضع به ناتج هذه العملية الحسابية .
الثابت الرياضي (pi)	**هي النسبة التقريبية $\pi = 22/7$ وتعرف في البرنامج علي الشكل التالي :**

	>> pi Ans = 3.1416
العدد الطبيعي (ع)	هي قيمة متناهية في الصغر (يطلق عليها إيسلون Epsilon) تستعمل في بعض التطبيقات الرياضية الخاصة وتعبر عن الفرق بين القيمة 1 وأكبر قيمة عشوائية تالية له وتعرف في البرنامج علي الشكل التالي :
	>> eps Ans = 2.2204e-016
Inf (Infinity)	يعبر عن حالة اللانهاية (∞) ويمكن الحصول عليهاعندما تكون قيمة المتغير كنتيجة قسمة لعدد ما علي الرقم صفر .
	>> 1/0 Warning: Divideby zero > Ans =
	Inf كما أعطاك البرنامج رسالة تحزيرية (قبل إظهار ناتج عملية القسمة) لتخبرك بأنك تحاول القسمة علي صفر .
Realmax	أكبر عدد حقيقي موجب يمكن للبرنامج التعامل معه ويتم تعريفها في البرنامج لشكل التالي :

6.2 واجهة ال MATLAB : [7]

تتسم واجهة البرنامج بسهولة التعامل معها حيث يتم تقسيم مناطق العمل بها الي ثلاث مناطق رئيسية وهي كالتالي نافذة الأمر Command Window و نافذة ساحة العمل Workspace و نافذة الأوامر السابقة Command History والشكل التالي ويوضح ذلك :



7.2 مكونات نافذة ال MATLAB : [7]

تتكون نافذة MATLAB من الأجزاء التالية:-

1- شريط العنوان ويكون ذات لون مميز عن باقي الأشرطة يوجد على يساره الرمز الصوري للبرنامج وأسم ا  وفي 

2- شريط قوائم (Menu Bar) أو (Lists Bar) يبدأ بقائمة ملف File، قائمة تحرير Edit، قائمة عرض View، ... وحتى قائمة المساعدة Help.

3- شريط الأدوات (Tools Bar) ويضم رموز صورية لبعض الايعازات الموجودة في قوائم الشريط السابق.

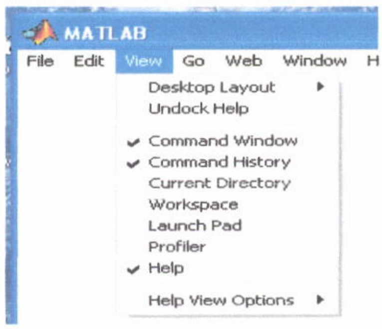
هناك في الجزء الأخير من شريط الأدوات جزء مهم يدعى الدليل الحالي (Current Directory) والذي يخبر المستخدم في أي جزء من الحاسب هو موجود حالياً وكما في الشكل (2) يعلمنا بأننا على الدليل (المجلد) MATLAB6P5\work وعلى القرص :C

4- هنالك شريط مهام  خاص بنافذة برنامج MATLAB وفيه كلمتان الأولى Start وعملها كطريق مختصر لتنفيذ بعض الايعازات. بينما Ready تعلمك بأن البرنامج جاهز للعمل حسب التوجيه المعطى له.

بالإضـــــافة إلى الأشــــرطة أعلاه هناك مجموعة من النوافذ الفرعية التي يمكن تفعيلها أو إخفائها حسب الحاجة وذلك كما في الشكل (3) حيث يتم تأشير أسم النافذة المرغوب بعرضها بإشارة (√)، لكن هناك نافذة أساسية للعمل هي نافذة الأمر Command Window، والتي من خلالها يتم التعامل بكتابة وتنفيذ الأوامر بصورة مباشرة أو غير مباشرة.

8.2 النوافذ الداخلية الظاهرة أسمائها في قائمة View :[7]

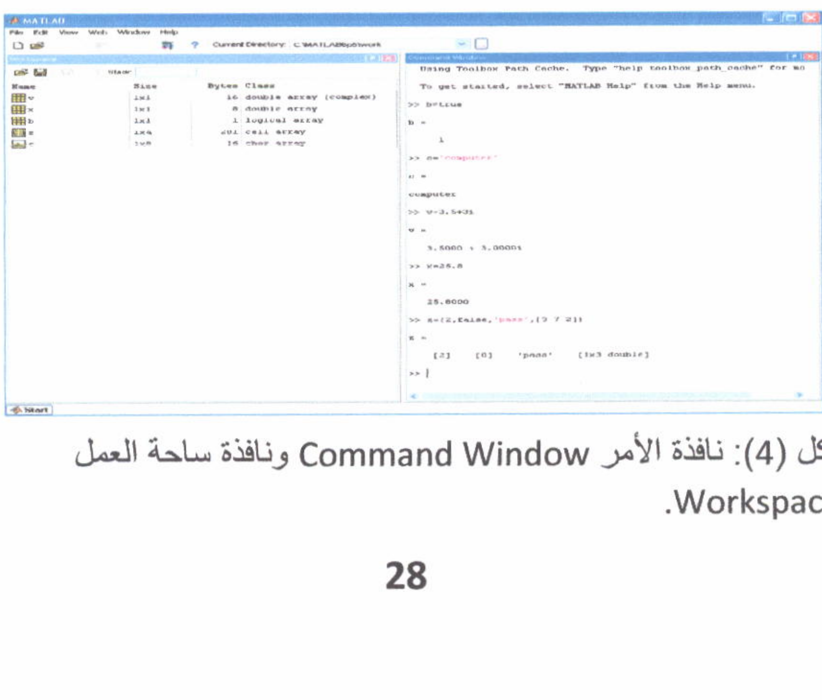
نافذة برنامج MATLAB ولكل نافذة منها عملها الخاص وكما يلي:-



شكل (3): النوافذ الداخلية في قائمة View

أ- نافذة الأمر Command Window: وهي نافذة لا يمكن الاستـــغناء عنها لأن بواسـطتها يتم تنفيذ الأوامر وعرض النتائج التي نحصـــل عليها من تنفيذ تلك الأوامر وتكتب بعد علامة الحث (>>).

ب- نافذة ســاحة العمل Workspace: وهي عن واجهة تخاطبية تسمح لك باستعراض وتحميل وحفظ متغيرات لغة MATLAB حيث تظهر قائمة تضـــم أســـم المتغير وحجمه وعدد بياناته وصنفه (جميع متغيرات لغة MATLAB هي من صنف مصفوفة)، كما في الشكل (4)



شكل (4): نافذة الأمر Command Window ونافذة ساحة العمل Workspace.

ج- نافذة الدليل الحالي Current Directory: وهي أيضا واجهة رسومية تحدد الدليل الحاوي للملف الذي يتعامل معه برنامج MATLAB.

د- نافذة المساعدة Help: وهي نافذة تخاطبية (رسومية) تسمح لك بالبحث واستعراض الوثائق بشكل مباشر.

و- لوحة البرامج التنفيذية Launch Pad: وهي عبارة عن نافذة تستعرض بنية شجرية للأدوات والبرامج التنفيذية.

هـ- نافذة الأوامر السابقة Command History: تمكنك هذه النافذة من إعادة تنفيذ الأوامر السابقة المنفذة في نافذة الأمر بدلاً من كتابتها مرة أخرى.

9.2 الاقترانات المكتبية Library Functions:[8]

يتوفر في معظم الحاسبات باستخدام لغة MATLAB اقترانات رياضية يكثر استعمالنا لها، مثل الدوال والاقترانات المثلثية واللوغارتيمية وغيرها ويمكن استدعائها في أي وقت، ومنها:

الاقتران	المعنى
Sqrt	الجذر التربيعي
Abs	القيمة المطلقة
Exp	المرفوع إلى قوة بأساس 10
Log	اللوغاريتم الطبيعي
$\log_{10}$	اللوغاريتم العشري
$\log_{2}$	اللوغاريتم ذو الأساس 2
Sin	جيب الزاوية
Cos	جيب تمام الزاوية
Tan	ظل الزاوية
Atan	ظل معكوس الزاوية
Fix	التدوير باتجاه الصفر

Floor	التدوير باتجاه اللانهاية السالبة
Ceil	التدوير باتجاه اللانهاية الموجبة
Round	التدوير باتجاه أقرب عدد صحيح
Mod	الجزء الصحيح من حاصل القسمة
Rem	بقية القسمة
Sign	إشارة العدد إذا كانت موجبة، سالبة، صفر
Imag	القسم التخيلي
Factor	العوامل الأولية
Isprime	يعيد true إذا كان العدد أوليا
Primes	ينشئ قائمة بالأعداد الأولية
Gcd	القاسم المشترك الأعظم
Lcm	المضاعف المشترك الأصغر

10.2 اوامر الإدخال والإخراج(input / output commands):[8]

تعد أوامر الإدخال والإخراج أحد اساسيات لغات البرمجة بشكل عام حيث أنها ليست مقتصرة علي برنامج MATLAB فقط فهي تعد قناة الإتصال بين البرنامج والمستخدم أثناء تصميم البرنامج مما يعمل علي زيادة التفاعل بين المستخدم والبرنامج من خلال الحصول علي مخرجات البيانات المدخلة من قبل المستخدم.

أمر الإدخال: Input

تعلمنا سويا في الأجزاء السابقة كيفية ادخال وتعريف المتغيرات وذلك بإسناد قيمة مباشرة لها ولكن في كثير من الأحيان قد نحتاج استقبال بيانات (عددية أو حرفية) يقوم المستخدم بإدخالها ومن ثم يتم تخزينها في متغيرات في ذاكرة البرنامج المؤقتة workspace حيث يتم معالجة هذه البيانات لحين تطبيق عمليات حسابية Arithmetic Operations أو منطقية Logical Operationsعليها من قبل البرنامج.

لذا يمكننا الأمر Input في برنامج MATLAB من عرض رسالة نصية للمستخدم ليقوم بإدخال بيانات (عددية أو حرفية) وإسنادها إلي متغير معين يقوم المبرمج بتعريفه (لإستقبال مدخلات المستخدم فيه)

فعلي سبيل المثال إذا اردنا عرض رسالة نصية للمستخدم لتخبره بإدخال راتبه الشهري (قيمة عددية) ، ليقوم المستخدم بإدخاله ، ومن ثم يقوم المبرمج بتخصيص المتغير x لإستقبال القيمة العددية التي قام المستخدم بإدخالها ، نقوم بتحرير الامر التالي

>>im = input ('image.png')

اوامر الاخراج:disp/display

تستخدم اوامر الاخراج لعرض قيم واسماء المتغيرات او التعبيرات النصية من خلال وحدة العرض المرئي للبرنامج الممثلة في نافذة محرر الاوامر. Command Window

أمر: disp

يستخدم الأمر disp في عرض قيمة المتغير فقط سواء كانت رقمية او نصية. ويكون علي الصورتين التاليتين

Disp (x)

Disp (image)

حيث يستخدم الامر الاول لعرض قيمة المتغير x فقط علي شاشة. Command Window

بينما يستخدم الامر الثاني لعرض تعبير نصي معين يتم ادخاله بين علامتي تنصيص signal quotations marks علي شاشة Command Window فعلي سبيل المثال يمكننا عرض قيمة المتغير Salary الذي قمنا بتعريفه مع الامر input بتحرير الامر التالي:

>>disp (image)

11.2 العمليات الحسابية في ال MATLAB :[6]

يوضح هذا الجدول اهم العمليات الحسابية في الماتلاب

^	A^b	Expiration	A^b
+	+a	Plus	+a
-	**-a**	Negative	-a
*	b*A	Multiplication	Ab
/	a/b	Prevision	a/b
|	a\b	Deviation	a\b
+	a+b	Addition	a+b
-	a-b	Subtraction	a-b

امثلة توضيح

```
>>a=1;
>>b=2;
>>c=a+b
C=3
```

```
>>a=4;
>>b=2;
>>c=a-b
C=2
>>a=1;
>>b=2;
>>c=a*b
C=2
```

```
>>a=4;
>>b=2;
>>c=a/b
C=2
```

12.2 الجمل الشرطية والحلقات التكرارية : [9]

1 . الصيغة IF-ELSE-END

قد نحتاج إلى حساب مجموعة من أوامر استناداً إلى إخراج ناتج عن اختبار شرطي. وتنفذ هذه التعليمة في لغة MATLAB عبر استخدام الصيغة if-else-end وكما يلي:

```
if expression
    (commands)
end
```

وستنفذ الأوامر (commands) الواقعة بين العبارتين if و end إذا كانت قيمة التعبير (expression) تكون true. واليك المثال التالي:

```
>> x = 10;
>> if  x == 10
disp ('ok')
end
```

وإذا كان لدنيا خياران، فتصبح الصيغة if-else-end كما يلي:

```
if expression
(commands evaluated if True)
else
(commands evaluated if False)
end
```

حيث ستنفذ المجموعة الأولى من الأوامر في حال امتلك التعبير expression القيمة true، بينما تنفذ المجموعة الثانية إذا امتلك التعبير expression القيمة false.

وإذا كانت هناك عدة حالات، فستأخذ التعبير if-else-end الشكل التالي:

```
if expression1

  (commands evaluated if expression1 is true)

elseif expression2

  (commands evaluated if expression2 is true)

elseif expression3

  (commands evaluated if expression3 is true)

elseif expression4

  (commands evaluated if expression4 is true)

else

  (commands evaluated if no other expression is true)

end
```

واليك الأمثلة التالية:

<u>مثال (1):</u>

```
>> x = 10;

>> if  x == 10

  msgbox ('ok', 'result');
```

<u>مثال (2):</u>

```
>> if  x ==  10

      msgbox ('ok', 'result');

   else
```

```
    msgbox ('no', 'result');
  end;
```

مثال (3):

```
>> x = 11;
>> if  x == 1
    disp ('1');
  elseif  x == 2
    disp ('2');
  else
```

2.الصيغة SWITCH-CASE

عندما يتوجب علينا تنفيذ أوامر اعتماداً على استخدام متكرر لاختيار كمي لوسط ما، عندها من السهل استخدام الصيغة switch-case التي لها الصيغة العامة التالية:

```
switch expression
  case test-expression1
    (commands1)
  case test-expression2
    (commands2)
   otherwise
     (commands3)
end
```

حيث

Switch – expr: هو التعبير اوالمتغير الذى يتم اختيار قيمتة

Case -expr : هو احد القيم التي يمكن ان ياخذها المتغير

3. حلقة for

تقوم حلقات for بإعادة تنفيذ مجموعة من الأوامر لعدد معين من المرات وبخطوة معينة، وتعطى الصيغة العامة لحلقة for كما يلي:

```
For  variable=expression
  (commands)
end;
```

حيث يعاد تنفيذ الأوامر (commands) الواقعة بين عبارتي for و end من القيمة الابتدائيةx1 إلى القيمة النهائية x2 وبزيادة مقدارها x3. كما في المثال التالي:

مثال:

```
>> for n = 1: 10
       x (n) = sin (n * pi / 10);
   end;
>> x
x =
 Columns 1 through 7
0.3090    0.5878    0.8090    0.9511    1.0000    0.9511    0.8090
 Columns 8 through 10
```

0.5878   0.3090   0.000

Break: يستخدم هذا الامر لايقاف تنفيذ الحلقة التكرارية وإعادة التحكم في البرنامج او الحلقة الخارجية عند وجود حلقات متداخلة .

continuo : يقوم هذا الامر بوقف التكرار الحالي للحلقة iteration ويبدا بالتكرار التالي

الفصل الثالث

التطبيق العملي

1.3 تنفيذ الطرق حل المعادلات التفاضلية في الماتلاب

1.1.3 طريق اويلر

```
clear all
syms f x y
h = input('h=');
f = input('the function f(x,y)='); X(1) = input('x0=');
Y(1) = input('y0=');
xf = input('xf=');
for i=1:(xf-X(1))/h
    X(i+1)=X(i)+h;
    y=Y(i);
    x=X(i);
    Y(i+1)=Y(i)+h*subs(f);
[Y ]
end
```

2.1.3 طريقة تايلر

```
clear all
syms f x y
f = input('the function f(x,y)='); X(1) = input('x0=');
Y(1) = input('y0=');
xf = input('xf=');
%Input   -df=[y' y'' y''' y''''] entered a string 'df'
%          whereفي y'=f(t,y)
%        -a and b are the left and right end points
%        -ya is the initial condition y(a)
%        -M is the number of steps
%Output  -T4=[T' Y']
%        Y is the Vector of ordinates
h=(b-a)/M;
T=zeros(1,M+1);
Y=zeros(1,M+1);
T=a:h:b;
Y(1)=ya;
for j=1:M
   D=feval(df,T(j),Y(j));
   Y(j+1)=Y(j)+h*(D(1)+h*(D(2)/2+h*(D(3)/6+h*D(4)/24)));
end
T4=['Y'];
```

3.1.3 طريقة رنج كوتا من الدرجة الرابعة

```
clc
clear all
syms f x y
h = input('h=');
f = input('the function f(x,y)='); X(1) = input('x0=');
Y(1) = input('y0=');
xf = input('xf=');
for i=1:(xf-X(1))/h

   y=Y(i);
   x=X(i);
   k1=subs(f);

   y=Y(i)+0.5*k1*h;
   x=X(i)+0.5*h;
   k2=subs(f);

   y=Y(i)+0.5*k2*h;
   x=X(i)+0.5*h;
   k3=subs(f);
  y=Y(i)+k3*h;
  x=X(i)+h;
   k4=subs(f);
   Y(i+1)=Y(i)+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4)*h;
   X(i+1)=X(i)+h;
end
plot (X,Y,'b.') % numerical solution
X
```

4.1.3 طريقة اويلر المطورة

```
%model: dN/dt = r*(1-N/k)*N

x(1)= input('x0=');
y(1) = input('y0=');
N(1) = input('n=');

    %just some constants for the model we are using.
F= input('the function f(x,y)=');

h = (x(1) - y(1)/n;     %step size

t(1) = X(1);            %initial value for t.

for i=1:n
N(i+1) = N(i) + h*F(N(i),t(i));          %Euler's Method
t(i+1) = a + i*h;                        %next time step
N(i+1) = N(i) + 0.5*h*(F(N(i+1), t(i+1)) + F(N(i),t(i))) ;    %update
N(i+1) with average of derivatives, F(N(i),t(i)) and F(N(i+1),t(i+1))
end

plot(t, N)
```